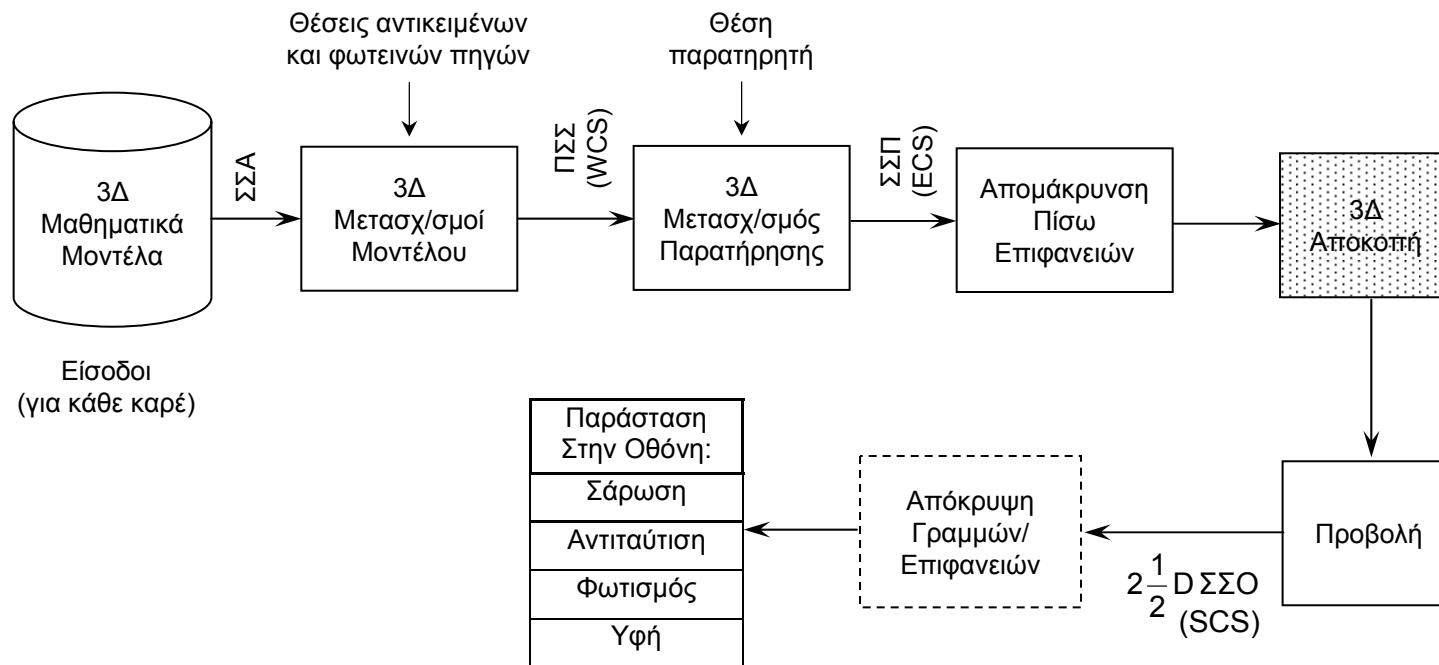


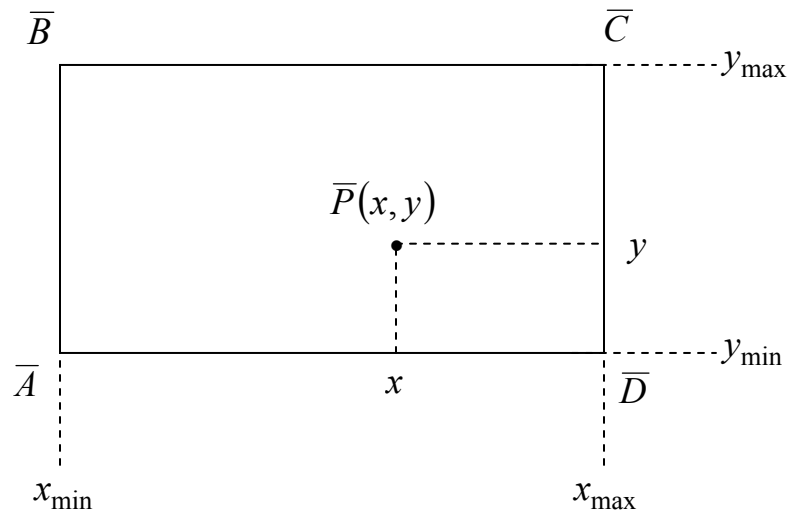
Αποκοπή

- Αποκοπή αντικειμένου (π.χ. πολυγώνου) ως προς αντικείμενο αποκοπής (π.χ. πολύγωνο, πυραμίδα, κύβος).
 - Για αποφυγή αντεστραμμένης εμφάνισης αντικειμένων όπισθεν παρατηρητή.
 - Για σημαντική μείωση όγκου δεδομένων (φίλτρο).



Αποκοπή

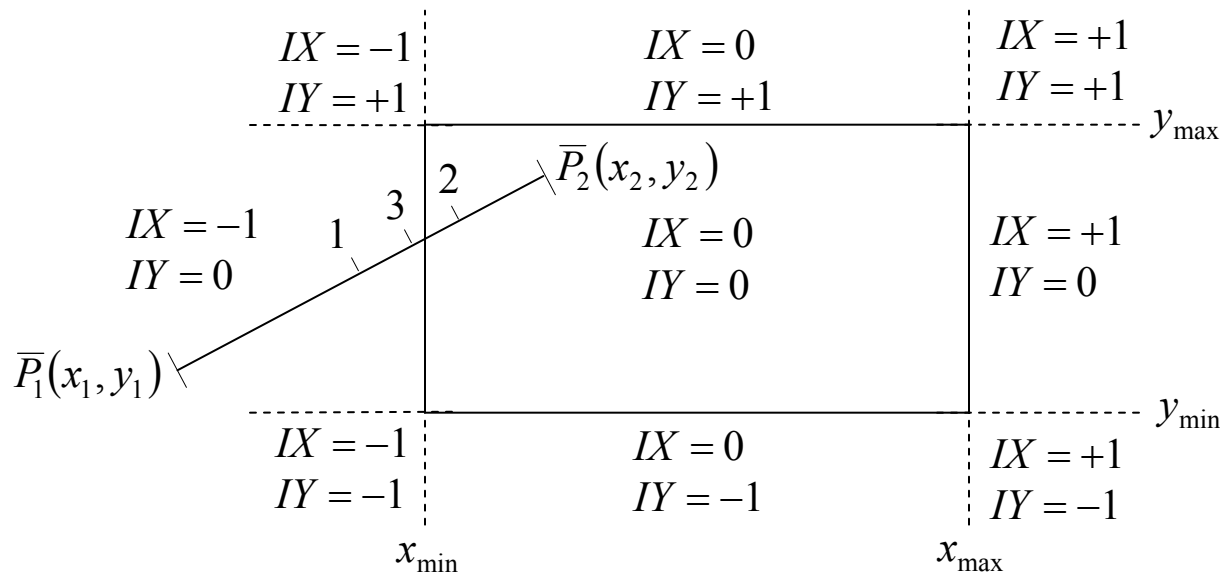
- Στις 2Δ ή στις 3Δ.
 - 2Δ: στην αντιπαύτιση, απόκρυψη, παράλληλη επεξεργασία, 2Δ πακέτα.
 - 3Δ: στην γραφική σωλήνωση (γενίκευση 2Δ αποκοπής).
- 2Δ αποκοπή σημείου.



Εντός αν $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$ και $y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$

2Δ Αποκοπή Ευθύγραμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Μέσου

- Αλγόριθμος Μέσου: διαδοχική διάσπαση ευθύγραμμου τμήματος στη μέση (ολίσθηση).
 - Χρήση φθινών ελέγχων εντός/εκτός.
 - Κωδικοποίηση 9 περιοχών επιπέδου.
 - Τέλος αν $\bar{P}_1\bar{P}_2 < \text{pixel}$.



2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Μέσου

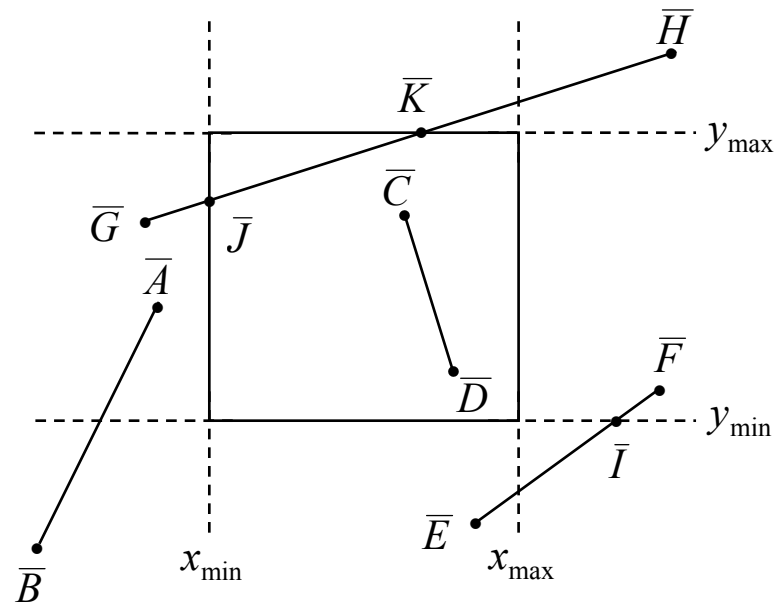
- Αλγόριθμος Μέσου

- Έστω `typedef struct {float x,y} point;`

```
midpoint (P1,P2,xmin,xmax,ymin,ymax)
point P1,P2; float xmin,xmax,ymin,ymax;
{point M;
  /* Υπολογισμός IX1,IY1,IX2,IY2 */
  if ((IX1==0) && (IY1==0) && (IX2==0) && (IY2==0))
    /* Το P1P2 είναι εντός παραθύρου */
  else if ((IX1==IX2) && (IX1!=0)) || ((IY1==IY2) && (IY1!=0))
    /* Το P1P2 είναι εκτός παραθύρου */
  else {M.x=(P1.x+P2.x)/2;
        M.y=(P1.y+P2.y)/2;
        midpoint (P1,M,xmin,xmax,ymin,ymax);
        midpoint (M,P2,xmin,xmax,ymin,ymax);
      }
}
```

2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Cohen - Sutherland

- Αλγόριθμος Cohen - Sutherland:
 - Αρχικά φθηνός έλεγχος για απλές περιπτώσεις.
 - Π.χ. $\overline{A B}$ έξω, $\overline{C D}$ μέσα.
 - Για άλλα ευθύγραμμα τμήματα, κόψιμο με ευθεία παραθύρου & αναδρομή.



2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Cohen - Sutherland

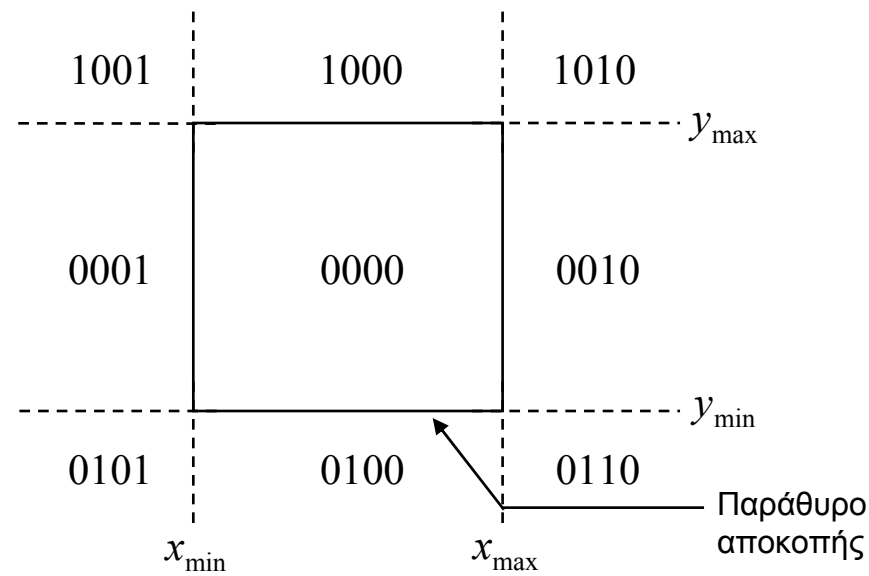
- Αντιστοίχιση κωδικών σε 9 περιοχές επιπέδου.
- Κώδικες προκύπτουν από πρόσημα διαφορών π.χ. 1^ο Bit από $y_{\max} - y$.

Πρώτο Bit = 1 \Rightarrow Περιοχή πάνω από την ευθεία $y = y_{\max}$

Δεύτερο Bit = 1 \Rightarrow Περιοχή κάτω από την ευθεία $y = y_{\min}$

Τρίτο Bit = 1 \Rightarrow Περιοχή δεξιά από την ευθεία $x = x_{\max}$

Τέταρτο Bit = 1 \Rightarrow Περιοχή αριστερά από την ευθεία $x = x_{\min}$



2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Cohen - Sutherland

- Υπολόγισε κώδικες c_1, c_2 για \bar{P}_1, \bar{P}_2 .
- Αν $c_1 \vee c_2 = 0000$, $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ είναι εντός (π.χ. $\bar{C} \bar{D}$).
- Αν $c_1 \wedge c_2 \neq 0000$, $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ είναι εκτός (π.χ. $\bar{A} \bar{B}$).
- Διαφορετικά:
 - Εύρεση ευθείας παραθύρου που αντιστοιχεί σε bit με διαφορετικές τιμές.
 - Τομή $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ με ευθεία.
 - Αναδρομική κλήση για “εσωτερικό” τμήμα ως προς ευθεία.

2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Cohen - Sutherland

```
CS (P1, P2, xmin, xmax, ymin, ymax)
point P1, P2; float xmin, xmax, ymin, ymax;
{int c1, c2; point I;
  c1=code(P1); /*Εύρεση κώδικα P1*/
  c2=code(P2); /*Εύρεση κώδικα P2*/
  if ((c1|c2)==0) /*Το P1P2 είναι εντός παραθύρου*/
  else if ((c1&c2)!=0) /*Το P1P2 είναι εκτός παραθύρου*/
  else {intersect (P1, P2, I, xmin, xmax, ymin, ymax);
        if exoteriko(P1) CS(I, P2, xmin, xmax, ymin, ymax);
        else CS(P1, I, xmin, xmax, ymin, ymax);
      }
}
```


2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Liang - Barsky

- Βάση παραμετρικής εξίσωσης της $\overline{P_1(x_1, y_1)P_2(x_2, y_2)}$

$$\bar{P} = \bar{P}_1 + t \cdot (\bar{P}_2 - \bar{P}_1), \quad t \in [0, 1]$$

$$\text{ή } x = x_1 + t \cdot \Delta x, \quad y = y_1 + t \cdot \Delta y$$

$$\text{με } \Delta x = x_2 - x_1 \text{ και } \Delta y = y_2 - y_1$$

- Για σημεία εντός παραθύρου ισχύει:

$$x_{\min} \leq x_1 + t \cdot \Delta x \leq x_{\max}$$

$$y_{\min} \leq y_1 + t \cdot \Delta y \leq y_{\max}$$

ή αλλιώς

$$-t \cdot \Delta x \leq x_1 - x_{\min}, \quad -t \cdot \Delta y \leq y_1 - y_{\min}$$

$$t \cdot \Delta x \leq x_{\max} - x_1, \quad t \cdot \Delta y \leq y_{\max} - y_1$$

$$\text{ή } t \cdot p_i \leq q_i, \quad i = 1(1)4 \quad \text{με}$$

$$p_1 = -\Delta x, \quad q_1 = x_1 - x_{\min}$$

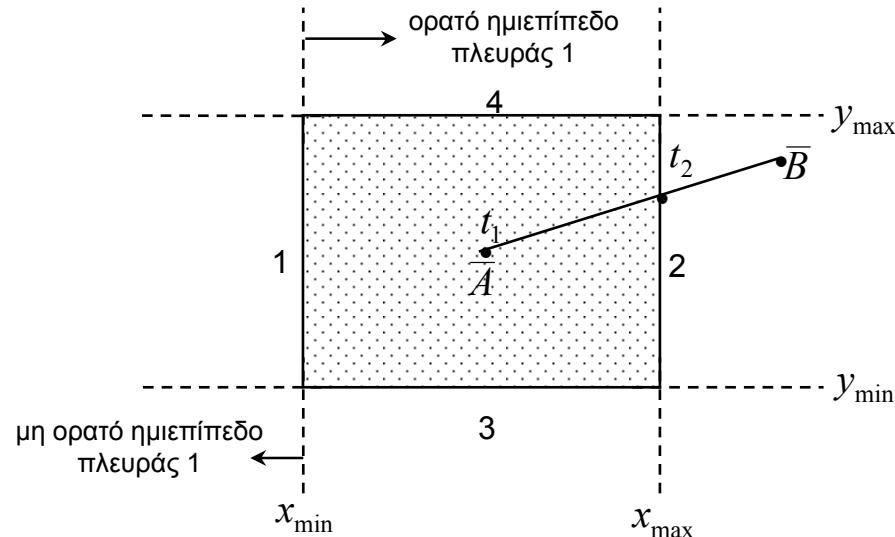
$$p_2 = \Delta x, \quad q_2 = x_{\max} - x_1$$

$$p_3 = -\Delta y, \quad q_3 = y_1 - y_{\min}$$

$$p_4 = \Delta y, \quad q_4 = y_{\max} - y_1$$

2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Liang - Barsky

- Αρίθμηση ακμών παραθύρου. Παράθυρο: τομή 4 ορατών ημιεπιπέδων.



- Τομή με ευθεία ακμής i : $t = \frac{q_i}{p_i}$, $i = 1(1)4$
 - Αν $p_i = 0$, $\overline{P_1 P_2}$ παράλληλη ακμής i
 - Αν $p_i < 0$, $\overline{P_1 P_2}$ “μπαίνει” στο ορατό ημιεπίπεδο ακμής i
 - Αν $p_i > 0$, $\overline{P_1 P_2}$ “βγαίνει” από ορατό ημιεπίπεδο ακμής i
 - Αν $q_i \geq 0$, $\overline{P_1}$ στο ορατό ημιεπίπεδο ακμής i
 - Αν $q_i < 0$, $\overline{P_1}$ στο μη ορατό ημιεπίπεδο ακμής i

2Δ Αποκοπή Ευθυγράμμων Τμημάτων: Αλγόριθμος Liang - Barsky

- Υπολογισμός άκρων τμήματος $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ που βρίσκονται εντός παραθύρου.

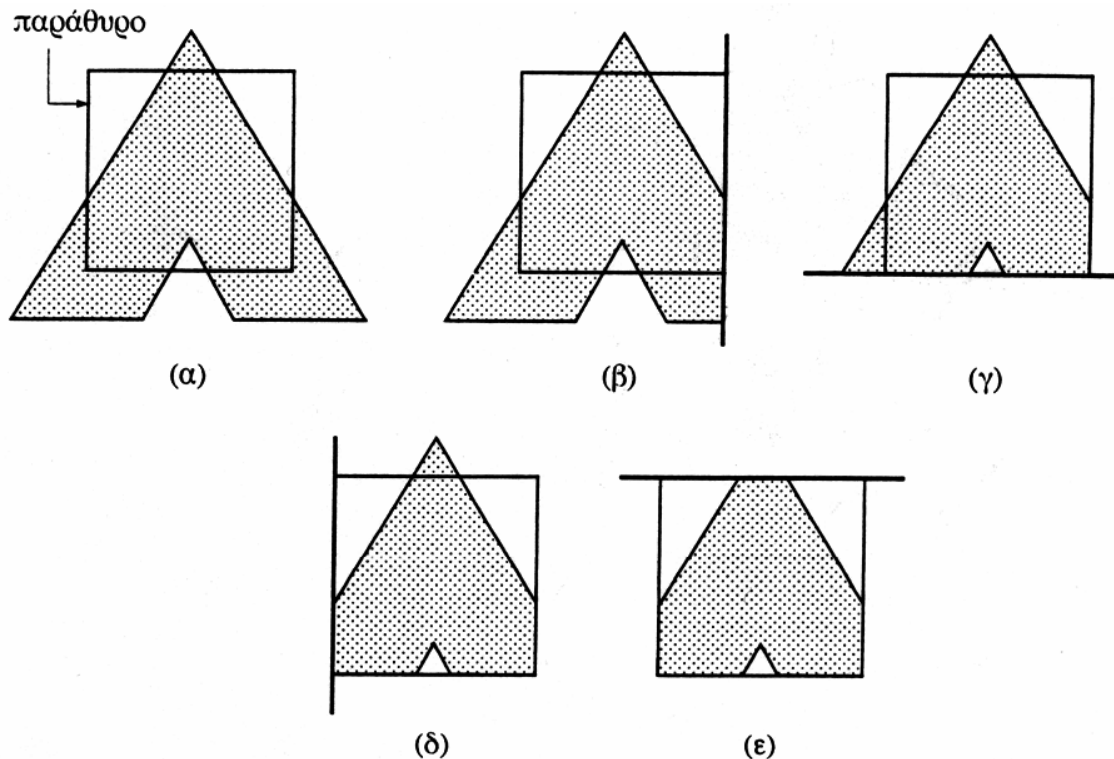
$$t_1 = \max \left(\left\{ \frac{q_i}{p_i} \mid p_i < 0, i = 1(1)4 \right\} \cup \{0\} \right)$$

$$t_2 = \min \left(\left\{ \frac{q_i}{p_i} \mid p_i > 0, i = 1(1)4 \right\} \cup \{1\} \right)$$

- $\{0\}$ και $\{1\}$ εξασφαλίζουν επιλογή άκρων $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ αν τομή εκτός τμήματος.
- Αν $t_1 > t_2$ τότε $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ εκτός παραθύρου.
- Διαφορετικά υπολογισμός αποκοπής από t_1, t_2 .

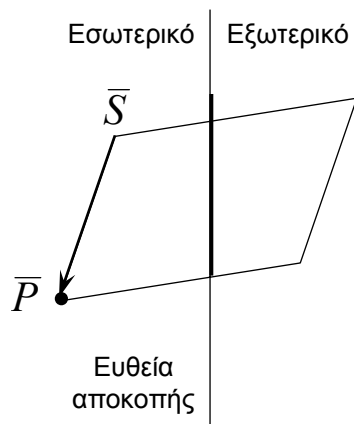
2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Sutherland - Hodgman

- Κατάλληλος για αποκοπή τυχαίου πολυγώνου με κυρτό παράθυρο (παράθυρο) αποκοπής.
 - m βήματα για m πλευρές παραθύρου αποκοπής.
 - Είσοδος στο βήμα i ($i = 2(1)m$): πολύγωνο μετά από αποκοπή με πλευρά $i-1$.

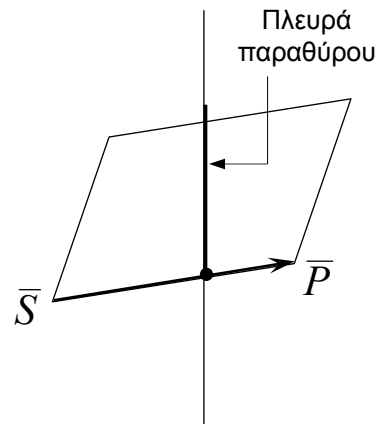


2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Sutherland - Hodgman

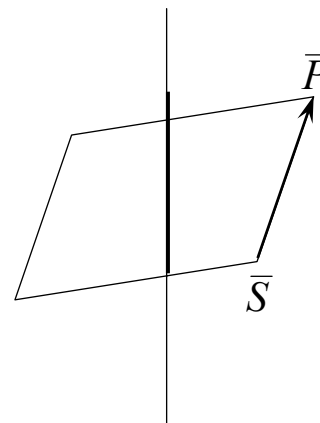
- Πολύγωνο ορίζεται από κορυφές του $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$ με θετική μαθηματική φορά.
 - Πλευρές $\bar{P}_1 \bar{P}_2, \bar{P}_2 \bar{P}_3, \dots, \bar{P}_{n-1} \bar{P}_n, \bar{P}_n \bar{P}_1$
- Βήμα i εξετάζει τη σχέση κάθε πλευράς $\bar{S} \bar{P}$ με ακμή παραθύρου i .



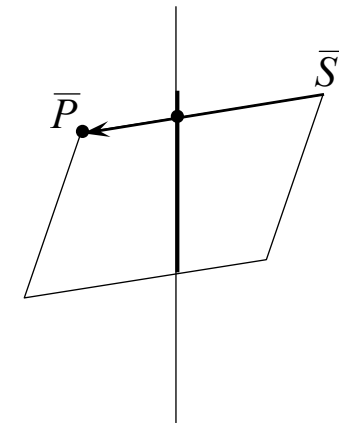
Περίπτωση 1
1 έξοδος



Περίπτωση 2
1 έξοδος



Περίπτωση 3
0 έξοδοι



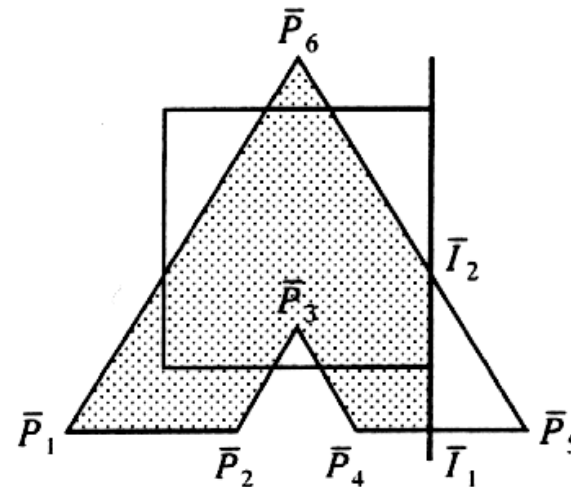
Περίπτωση 4
2 έξοδοι

- η κορυφή καταχωρείται στην έξοδο

2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Sutherland - Hodgman

- Παράδειγμα βήματος αλγορίθμου Sutherland - Hodgman.

\bar{S}	\bar{P}	Περίπτωση	Αποτελέσματα
\bar{P}_1	\bar{P}_2	1	\bar{P}_2
\bar{P}_2	\bar{P}_3	1	\bar{P}_3
\bar{P}_3	\bar{P}_4	1	\bar{P}_4
\bar{P}_4	\bar{P}_5	2	\bar{I}_1
\bar{P}_5	\bar{P}_6	4	$\bar{I}_2 \bar{P}_6$
\bar{P}_6	\bar{P}_1	1	\bar{P}_1



2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Sutherland - Hodgman

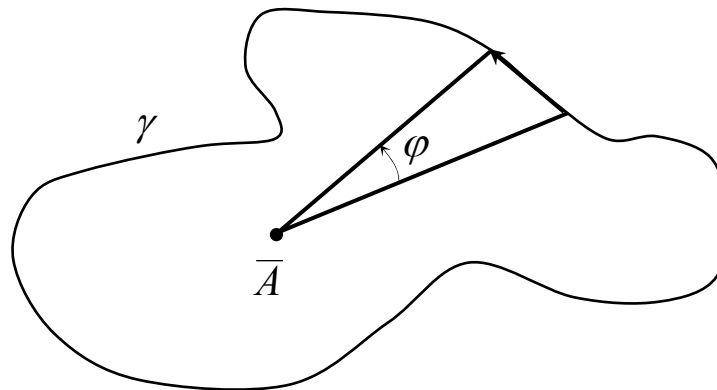
- Καθορισμός σχέσης κορυφής $\bar{P}(r, t)$ με πλευρά παραθύρου $\bar{K}(x_1, y_1) \bar{L}(x_2, y_2)$.
 - Πλευρές παραθύρου ορίζονται με αρνητική μαθηματική φορά.
 - Εξίσωση ευθείας αποκοπής $y - sx - c = 0$.

$$\text{με } s = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad c = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}$$

- \bar{P} εσωτερική αν $t - sr - c < 0$
 - \bar{P} εξωτερική αν $t - sr - c > 0$
- Κατάλληλος για υλοποίηση παράλληλη / hardware.

2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Greiner - Hormann

- Κατάλληλος για τυχαία πολύγωνα αποκοπής (C), προς αποκοπή (S).
 - Μη κυρτά, self-intersecting (αλλά κλειστά).
 - Μείωση απόδοσης σε σχέση με Sutherland - Hodgman.
 - Κατάλληλος για αποκοπή στον αλγόριθμο αντιπαύτισης του Catmull.
- Βασίζεται στον δείκτη περιστροφών (winding number) $\omega(\gamma, \bar{A})$.
 - Μετρά πόσες στροφές ολοκληρώνει ακτίνα με ένα άκρο το \bar{A} και το άλλο να διαγράφει περίμετρο καμπύλης (πολυγώνου) γ .
 - Για κάθε +ve στροφή $\omega(\gamma, \bar{A})--$, για κάθε -ve στροφή $\omega(\gamma, \bar{A})++$.

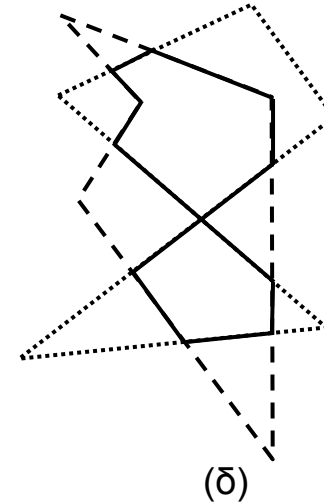
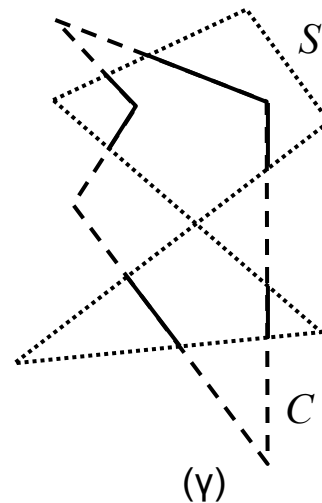
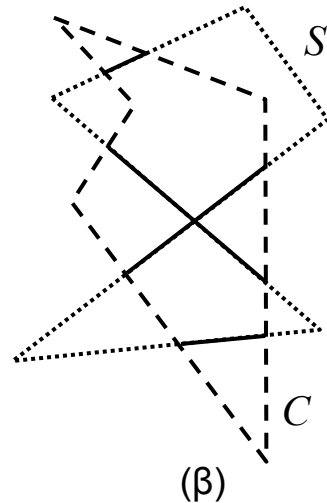
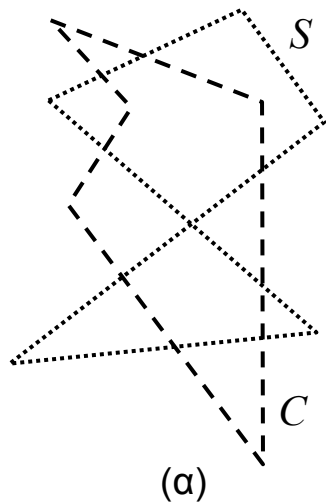


2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Greiner - Hormann

- Για τον δείκτη περιστροφών ισχύουν:
 - Ο δείκτης περιστροφών δεν αλλάζει εφόσον δεν μεταβάλλεται η τοπολογική σχέση του \bar{A} με τη γ .
 - Αν το \bar{A} είναι εκτός της καμπύλης τότε $\omega(\gamma, \bar{A}) = 0$.
 - Αν το \bar{A} μετακινηθεί και διασταυρώσει 1 φορά τη γ , τότε το $\omega(\gamma, \bar{A})$ αυξάνεται ή μειώνεται κατά 1.
 - Αν το \bar{A} βρίσκεται εντός της γ , τότε το $\omega(\gamma, \bar{A})$ είναι περιττός αριθμός, διαφορετικά είναι άρτιος.
- Αν μετακινήσουμε το \bar{A} και διασχίσουμε τη γ τότε $\omega(\gamma, \bar{A})--$ ή $\omega(\gamma, \bar{A})++$
 - Αντίστοιχο ελέγχου ημιευθείας προς άπειρο.

2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Greiner - Hormann

- Αλγόριθμος Greiner - Hormann:
 - Βήμα 1: » Ακολουθούμε περίμετρο S 1 φορά ξεκινώντας από κάποια κορυφή του.
 - » Σε κάθε τομή με C η γραφίδα αλλάζει κατάσταση.
 - » Αρχική κατάσταση εξαρτάται από σχέση αρχικής κορυφής (εντός, εκτός) με C .
 - » Τελικό αποτέλεσμα: τμήματα του S εντός C (σχήμα β).
 - Βήμα 2: Αντίστοιχο 1 με εναλλαγή S και C (σχήμα γ).
 - Βήμα 3: Ένωση αποτελεσμάτων βημάτων 1 & 2 (σχήμα δ).



2Δ Αποκοπή Πολυγώνων: Αλγόριθμος Greiner - Hormann

- Αποτέλεσμα μπορεί να μην είναι συνεκτικό πολύγωνο.
 - Δομή (διπλά συνδεδεμένη λίστα) προβλέπει ειδικούς δείκτες για ένωση τμημάτων.
- $O(n \cdot m)$ με n, m τα πλήθη ακμών των S και C .
- Αποκοπή υπολογίζει το $C \cap S$. Greiner - Hormann γενικεύεται για $C \cup S$, $C - S$, $S - C$

3Δ Αποκοπή

- Αντικείμενο αποκοπής: περιορισμένη πυραμίδα (προοπτική) ή κύβος (παράλληλη).
 - 6 επίπεδα αποκοπής για αυτά τα αντικείμενα.

3Δ Αποκοπή: Cohen - Sutherland 3Δ

- 6 - bit κωδικοί για κάθε άκρο $\bar{P}(x_p, y_p, z_p)$. Έστω κύβος αποκοπής.

Πρώτο Bit = 1 $\Leftrightarrow z_p > z_{\max}$ δηλ. το σημείο βρίσκεται πίσω από τον κύβο

Δεύτερο Bit = 1 $\Leftrightarrow z_p < z_{\min}$

Τρίτο Bit = 1 $\Leftrightarrow y_p > y_{\max}$

Τέταρο Bit = 1 $\Leftrightarrow y_p < y_{\min}$

Πέμπτο Bit = 1 $\Leftrightarrow x_p > x_{\max}$

Έκτο Bit = 1 $\Leftrightarrow x_p < x_{\min}$

3Δ Αποκοπή: Cohen - Sutherland 3Δ

- Αν $c1 \vee c2 = 000000$, $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ εντός.
- Αν $c1 \wedge c2 \neq 000000$, $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ εκτός.
- Διαφορετικά:
 - Εύρεση επιφάνειας κύβου που αντιστοιχεί σε bit με διαφορετικές τιμές.
 - Τομή $\bar{P}_1 \bar{P}_2$ με επιφάνεια.
 - Αναδρομική κλήση για “εσωτερικό” τμήμα ως προς επιφάνεια.

3Δ Αποκοπή: Cohen - Sutherland 3Δ

- Τομή ευθύγραμμου τμήματος $\overline{P_1 P_2}$ και επιπέδου με χρήση παραμετρικής εξίσωσης.

$$x(t) = x_1 + t(x_2 - x_1) = x_1 + t \cdot \Delta x$$

$$y(t) = y_1 + t(y_2 - y_1) = y_1 + t \cdot \Delta y$$

$$z(t) = z_1 + t(z_2 - z_1) = z_1 + t \cdot \Delta z$$

- Π.χ. τομή με $y=Y$

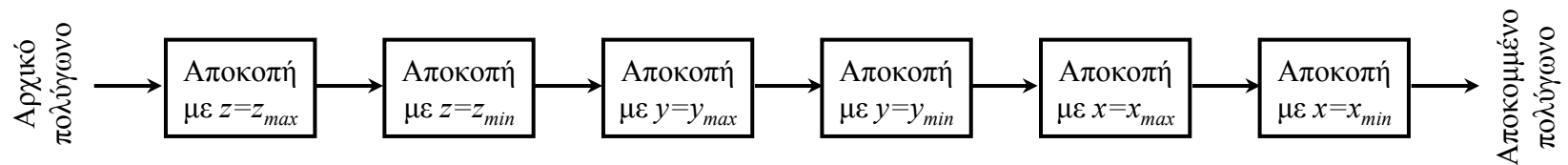
$$Y = y(t) = y_1 + t \cdot \Delta y \Rightarrow t = \frac{Y - y_1}{\Delta y}$$

Αν $t \in [0, 1]$, υπάρχει σημείο τομής με συντεταγμένες:

$$(x_1 + t \cdot \Delta x, Y, z_1 + t \cdot \Delta z) =$$
$$\left(x_1 + \frac{\Delta x}{\Delta y} (Y - y_1), Y, z_1 + \frac{\Delta z}{\Delta y} (Y - y_1) \right)$$

3Δ Αποκοπή: Αλγόριθμος Sutherland - Hodgman 3Δ

- 6 στάδια αποκοπής για τα 6 επίπεδα.



- Έλεγχος αν $\bar{P}(x, y, z)$ εσωτερικό επιπέδου (α, b, c, d) από πρόσημο $f(x, y, z) = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d$
- Υπολογισμός τομής ευθύγραμμου τμήματος με επίπεδο: όπως στον Cohen - Sutherland 3Δ (1 τρόπος).